

УДК 637.334.7

*А.В. Шах, Ю.В. Лобанов, Т.В. Ховзун
РУП «Институт мясо-молочной промышленности»*

ИССЛЕДОВАНИЯ И МАТЕМАТИЧЕСКОЕ ОПИСАНИЕ ПРОЦЕССА ПРЕССОВАНИЯ СЫРНОЙ МАССЫ

(Поступила в редакцию 25.02.2011)

В статье проведен анализ теоретических исследований процесса прессования сырной массы. Рассмотрены физико-химические процессы, протекающие в сырной массе при ее прессовании, а также влияние продолжительности прессования, величины прессующей нагрузки и других основных факторов на процесс прессования сыра.

Прессование – один из важнейших технологических процессов производства сыра, обеспечивающий получение продукта с заданными свойствами и товарным видом. Прессование сыра проводят с целью уплотнения сырной массы, удаления остатков свободной сыворотки и образования замкнутого и прочного поверхностного слоя.

Прессование сырной массы – сложный механический и физико-химический процесс, во время которого под действием внешней сжимающей нагрузки имеют место следующие явления.

Сырные зерна, из которых состоит масса, смещаются относительно друг друга и деформируются, образуя компактную систему. Из них выжимается сыворотка, которая по межзерновой капиллярной системе движется от внутренних слоев массы к поверхности. Одновременно происходит пластическое течение сырных зерен – в результате деформации сдвига их масса стремится заполнить свободные от сыворотки микро- и макрополости.

Пластическое течение массы продолжается некоторое время и после прекращения выделения сыворотки. В этот период особое значение имеет пластическое течение поверхностных слоев массы, так как оно определяет скорость и полноту замыкания поверхности сыра.

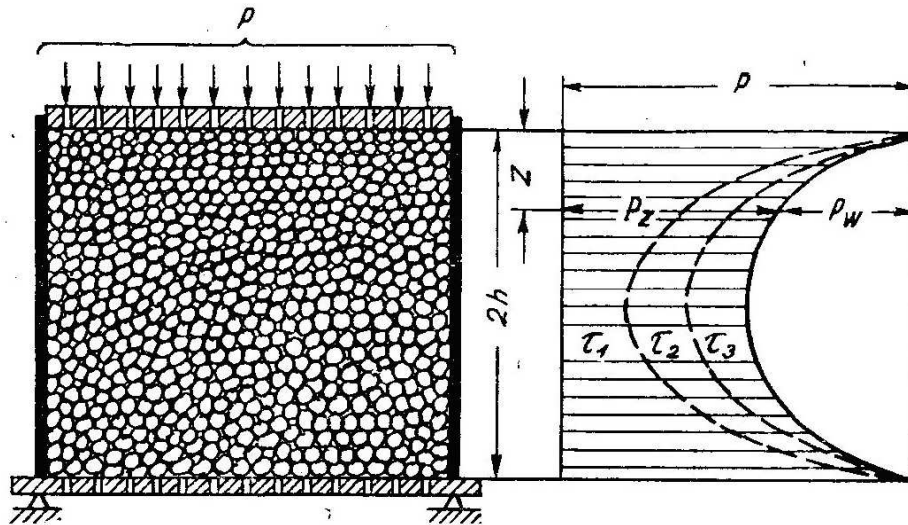
Подвергаемая прессованию сырная масса в физико-химическом отношении – система весьма нестабильная. В ней действуют внутренние

аттракционные силы, благодаря которым происходит «самопроизвольное» синергетическое сжатие сырных зерен и выделение из них сыворотки, а также срачивание зерен друг с другом и объединение их в более или менее монолитную массу, обладающую упругоэластичными и вязкопластичными свойствами.

Эти физико-химические явления накладывают существенный отпечаток на процесс прессования сырной массы, обуславливая его специфику.

Материалы и методы исследования. В элементарном виде прессование сырной массы можно изобразить следующей упрощенной схемой (рис. 1).

Обычно при прессовании сыра применяются ступенчатые нагрузки, однако они меняются через довольно продолжительные промежутки времени и поэтому в целях упрощения дальнейшего анализа можно считать, что сырная масса прессуется под постоянной равномерно распределенной нагрузкой P .



τ_1, τ_2, τ_3 – эпюры эффективного давления в разные моменты времени

Рисунок 1 – Схема процесса прессования сырной массы

По терминологии механики дисперсных сред процесс уплотнения дисперсных систем под действием постоянной нагрузки называется консолидацией. Теория консолидации разработана главным образом для двухфазных дисперсных систем типа грунтовой массы. Давление в каж-

дой точке системы состоит из двух: порогового (P_w) – давления в жидкости и эффективного давления (P_z) – давления в твердом компоненте.

При отсутствии бокового расширения сжимаемой массы дифференциальное уравнение консолидации имеет следующий вид [1]:

$$\frac{K_{\phi}(1-\varepsilon_{\text{ср}})}{a\gamma_{\text{ж}}}\cdot\frac{\partial^2 P_z}{\partial z^2}=\frac{\partial P_z}{\partial \tau}, \quad (1)$$

где K_{ϕ} – коэффициент фильтрации (средний за процесс уплотнения); $\varepsilon_{\text{ср}}$ – средний за процесс уплотнения коэффициент пористости, представляющий собой отношение объема пор к объему твердой фазы продукта; a – коэффициент сжимаемости, равный отношению изменения коэффициента пористости к величине действующего давления; P_z – давление в скелете уплотняемой массы, Н/м²; Z – глубина, м; τ – время уплотнения, с; $\gamma_{\text{ж}}$ – плотность фильтруемой среды (жидкости), кг/м³.

При следующих начальных и граничных условиях: на поверхности массы ($Z=0$ при $\tau>0$) давление на скелет массы постоянно и равно внешнему давлению нагружения; на нижней границе ($Z=2h$) величина скорости перемещения твердых частиц массы всегда равна 0, следовательно:

$$\left.\frac{\partial P}{\partial z}\right|_{z=2h}=0;$$

в начальный момент времени, до приложения нагрузки, ($\tau=0$) при $Z\leq 2h$ давление на скелет отсутствует.

При этих условиях решение уравнения (1) по методу Фурье дает

$$P_z = P \left[1 - \frac{4}{\pi} \sin \frac{\pi z}{2h} e^{-A\tau} + \frac{4}{3\pi} \sin \frac{3\pi z}{2h} e^{-9A\tau} \dots \right]. \quad (2)$$

Здесь A – коэффициент уплотнения:

$$A = \frac{\pi^2}{4h^2} - \frac{K_{\phi}(1-\varepsilon_{\text{ср}})}{a\gamma_{\text{ж}}}. \quad (3)$$

Зная функцию (2), можно найти выражение для определения степени уплотнения массы в любой момент времени (под степенью уплот-

нения понимается отношение осадки массы в данный момент времени к полной осадке).

$$U = \frac{h_0 - h}{h_0 - h_{\min}}, \quad (4)$$

где U – степень уплотнения массы; h_0 – начальная высота слоя массы, м; h_{\min} – высота слоя уплотняемой массы после ее стабилизации, м.

По Цытовичу [1] зависимость между степенью уплотнения и эффективным давлением имеет такой вид:

$$U = \int_0^h \frac{P_z dz}{hP}. \quad (5)$$

После подстановки в эту формулу развернутого значения P_z и интегрирования получим:

$$U \approx 1 - \frac{8}{\pi^2} \left(e^{-A\tau} + \frac{1}{9} e^{-9A\tau} + \frac{1}{25} e^{-25A\tau} \right). \quad (6)$$

Для практических целей обычно ограничиваются первым членом этого ряда, тогда выражение (6) примет следующий вид:

$$U \approx 1 - \frac{8}{\pi^2} e^{-A\tau}. \quad (7)$$

Во многих случаях бывает удобнее исследовать процесс уплотнения путем наблюдения за изменением коэффициента пористости массы. Высота слоя уплотняемой массы и коэффициент пористости связаны между собой следующим образом:

$$\varepsilon = \frac{h}{h_\infty} - 1, \quad (8)$$

где h_∞ – приведенная высота слоя, м, то есть такая высота, которую имела бы масса при полном удалении из нее жидкости.

После замены в уравнении (7) величин высот слоя через соответствующие им коэффициенты пористости получим:

$$\frac{\varepsilon_0 - \varepsilon}{\varepsilon_0 - \varepsilon_\infty} = 1 - \frac{8}{\pi^2} e^{-A\tau}, \quad (9)$$

или

$$\frac{\varepsilon_0 - \varepsilon_\infty}{\varepsilon_0 - \varepsilon_\infty} = \frac{8}{\pi^2} e^{-A\tau}. \quad (10)$$

Выражения (7) и (10) являются приближенными расчетными уравнениями одномерной фильтрационной консолидации слоя массы высотой h при фильтрации жидкости в одну сторону или слоя массы высотой $2h$ при двусторонней фильтрации жидкости. Для пользования этими уравнениями необходимо знать коэффициент K_ϕ и коэффициент уплотнения массы a . Эти величины находят опытным путем [2, 3].

Для определения коэффициента фильтрации K_ϕ через слой массы площадью F и высотой h , предварительно уплотненной до определяемого коэффициента пористости (обычно до ε_{cp}) под напором H за время τ , профильтровывается объем жидкости V_ϕ . Коэффициент фильтрации вычисляют по формуле Дарси:

$$V_\phi = FK_\phi \frac{H}{h}. \quad (11)$$

где F – площадь, m^2 ; H – напор, m ; V_ϕ – объем жидкости, m^3 .

Величину a находим в результате дифференцирования компрессионной кривой материала $\varepsilon(P)$, характеризующей законченное во время сжатие материала ступенчатыми нагрузками в условиях невозможности бокового расширения; компрессионную кривую строим, откладывая по оси абсцисс величину известных постоянных внешних нагрузок, а по оси ординат соответствующие этим нагрузкам коэффициенты пористости, определенные после того, как осадка материала полностью стабилизировалась. Величина a представляет собой тангенс угла наклона касательной к этой кривой:

$$a = -\frac{\partial \varepsilon}{\partial P}. \quad (12)$$

Расчетные уравнения консолидации выведены для массы, представляющей собой двухфазную систему, состоящую только из твердой и жидкой фазы. Но при отсутствии изменения прессующей нагрузки во времени аналогичные уравнения могут применяться и для расчета консолидации трехфазной системы, если газообразная фаза в ней находится в защемленном состоянии. При этом, как показано Флориным, достаточно лишь уменьшить коэффициент консолидации в ω раз, то есть:

$$A^1 = \frac{A}{\omega} = \frac{K_{\phi}(1 - \varepsilon_{\text{ср}})}{a \varepsilon_{\text{ж}} \omega} \frac{\pi^2}{4h^2}. \quad (13)$$

Величина ω для одномерной задачи равна:

$$\omega = 1 - \frac{\beta(1 + \varepsilon)}{a}, \quad (14)$$

где β – переменный коэффициент объемного сжатия газообразной фазы, отнесенный к первоначальному объему уплотняемой среды в целом.

Этот коэффициент приближенно может быть определен по следующему выражению, полученному Флориным теоретически исходя из законов изотермического сжатия газа и растворения его в жидкой среде (законов Бойля-Мариотта и Генри):

$$\beta = \frac{s + qn}{P + p_0} = \frac{\varepsilon}{1 + \varepsilon} \cdot \frac{1 - m + qt}{P + p_0}, \quad (15)$$

где s – объем газообразной фазы в единице объема уплотняемой массы, м^3 ; n – объем жидкой фазы в единице объема массы, м^3 ; m – объем твердой фазы в единице объема массы, м^3 ; q – коэффициент растворимости воздуха в жидкости; p_0 – начальное давление газообразной фазы, Н/м^2 ; P – давление, создаваемое нагрузкой, Н/м^2 .

Результаты и их обсуждение. Приведенные уравнения механики дисперсных сред, кроме расчета осадки грунтовой массы, могут применяться и при изучении процесса прессования дисперсных пищевых продуктов. Исходя из этой работы Г.А. Кук [4] распространил выводы механики грунтов и на прессование других молочных продуктов, в том числе и на сыр, не вводя при этом каких-либо ограничительных условий.

Но в отличие от других дисперсных продуктов сырная масса как объект прессования обладает аномальной особенностью – в силу наличия внутренних аттракционных сил она способна самоуплотняться, причем этот процесс не заканчивается во время прессования, а еще продолжается при последующей посолке и созревании сыра. Поэтому наиболее целесообразным путем изучения процесса прессования сырной массы следует признать непосредственное сравнение кривых консолидации, полученных при разных условиях с последующим моделированием по этим данным производственных режимов прессования.

Если учесть структурные и физико-химические особенности сырной массы, то процесс уплотнения ее под действием прессующей нагрузки можно представить так.

В начале процесса осадка протекает значительно быстрее, чем это следует из уравнений (7) и (10), так как в это время она происходит в основном за счет перераспределения сырных зерен в более компактную систему и вытекания из межзернового пространства свободного воздуха. После того как в результате тесного сближения зерен произойдет защемление газообразной фазы, процесс уплотнения примет фильтрационный характер, сходный с тем, которым описывается приведенными выше уравнениями консолидации. Эта стадия должна длиться до тех пор, пока в массе имеется свободная сыворотка, подчиняющаяся законам гидравлики. На этом участке сырную массу можно считать пористой дисперсной системой, подобной грунтовой массе.

Затем скорость уплотнения должна обуславливаться главным образом физико-химическими явлениями, в первую очередь синерезисом и сопутствующим ему процессом сращивания сырных зерен. Для условий фильтрации сыворотки в одну сторону И.Н. Влодавец, Б.А. Хавкина, Д.Я. Шоломкова и В.В. Якушев [3] получили следующее кинетическое уравнение синерезиса молочного сгустка:

$$\frac{dV}{dt} = \frac{c}{\sqrt{t}} (V_{\text{ж}}^{\text{max}} - V_{\text{ж}}), \quad (16)$$

где $V_{\text{ж}}$ – объем фильтрата, образовавшегося к моменту времени t , м^3 ; t – время синерезиса (для сырной массы соответствует времени от начала разрезки сырного калье), с; $V_{\text{ж}}^{\text{max}}$ – максимальный объем фильтрата, который соответствует времени окончания синерезиса, м^3 ; c – константа, зависящая от физико-химических свойств сырной массы.

Выразим объем фильтрата через соответствующие объемы сырной массы.

$$V_{\text{ж}} = V_{\text{н}} - V \quad V_{\text{ж}}^{\text{max}} = V_{\text{н}} - V_{\text{к}}, \quad (17)$$

где $V_{\text{н}}$ – объем сырной массы в начале процесса синерезиса, м^3 ; $V_{\text{к}}$ – объем сырной массы после окончания процесса синерезиса, м^3 ; V – объем сырной массы, в момент времени t , м^3 .

Подставив значения $V_{\text{ж}}$ и $V_{\text{ж}}^{\text{max}}$ в уравнение (16), будем иметь:

$$\frac{\partial V}{dt} = \frac{c}{\sqrt{t}} (V - V_{\text{к}}). \quad (18)$$

Преобразуем эти выражения в уравнение синеретической консолидации сырной массы. Для этого обозначим коэффициент пористости массы при объемах $V_{\text{н}}$, $V_{\text{к}}$, V соответственно ε_0' , ε_{∞}' и ε' .

Из определения понятия коэффициента пористости следует:

$$\varepsilon' = \frac{V - V_{\infty}}{V_{\infty}}, \quad (19)$$

где V_{∞} – приведенный объем, м^3 , то есть такой объем, который бы имела масса после полного удаления из нее жидкости.

Отсюда:

$$V = (\varepsilon' + 1)V_{\infty}. \quad (20)$$

Аналогично находим:

$$V_n = (\varepsilon'_0 + 1)V_\infty. \quad (21)$$

$$V_k = (\varepsilon' + 1)V_\infty. \quad (22)$$

Из уравнения (16), используя уравнения (20) и (22), получим:

$$\frac{\partial \varepsilon'}{\partial t} = \frac{c}{\sqrt{t}}(\varepsilon' - \varepsilon'_k). \quad (23)$$

Интегрирование и последующее преобразование этого уравнения приводит к выражению:

$$\ln \frac{\varepsilon' - \varepsilon'_\infty}{\varepsilon'_0 - \varepsilon'_\infty} = -2c\sqrt{t}. \quad (24)$$

Или в экспоненциальном виде:

$$\frac{\varepsilon' - \varepsilon_\infty}{\varepsilon'_0 - \varepsilon_\infty} = e^{-2c\sqrt{t}}. \quad (25)$$

Это и есть уравнение синергетической консолидации сырной массы, названное так по аналогии с уравнением фильтрационной консолидации.

Нетрудно видеть, что уравнения (10) и (25) по своему виду довольно близки друг к другу и в основном отличаются величиной показателя степени при аргументе времени процесса. Отсюда следует, что процесс фильтрационной консолидации затухает с течением времени значительно быстрее процесса синергетической консолидации. Это, в свою очередь, заставляет предполагать, что после удаления из прессуемой сырной массы гидравлически свободной сыворотки процесс ее уплотнения обуславливается в основном действием внутренних аттракционных сил, а влияние на процесс обезвоживания механических факторов, в частности величины нагрузки, должно проявляться главным образом в начале пресования. Справедливость сделанного теоретического вывода о трехста-

дейности процесса прессования сырной массы подтверждается характером экспериментальных кривых консолидации сырной массы (рис. 2).

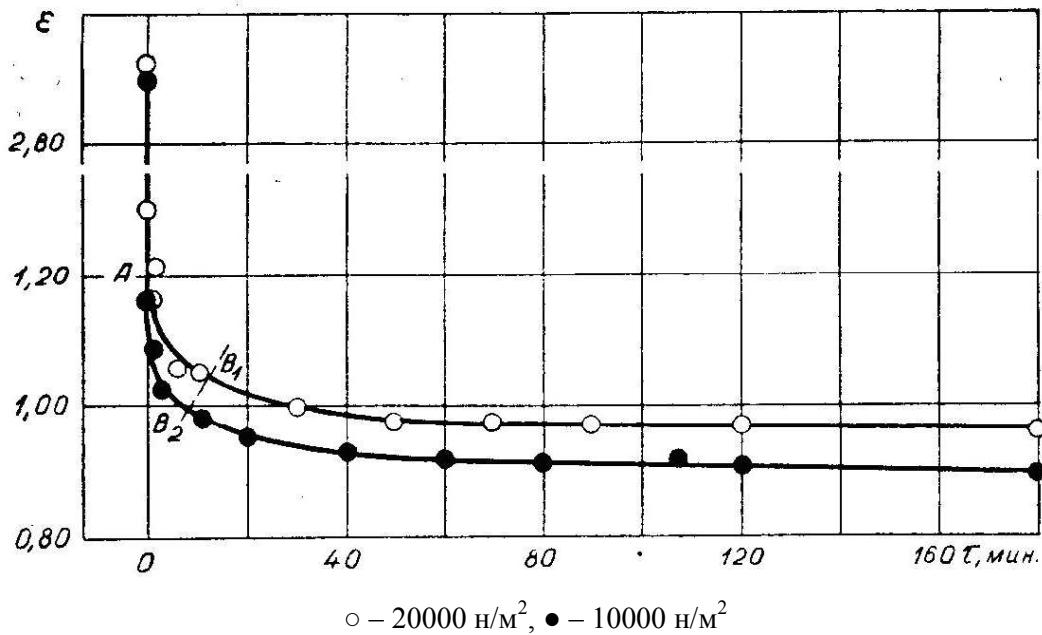


Рисунок 2 – Консолидация сырной массы под влиянием разных нагрузок

До точки A кривые консолидации круто падают вниз, практически сливаясь в одну вертикальную линию, которая через несколько секунд раздваивается, и начинается участок, где кривые консолидации отличаются своей кривизной, что свидетельствует о разной скорости процессов, отображаемых ими. В общем случае этот участок включает стадию перераспределения зерен в более компактную систему и стадию фильтрационной консолидации сырной массы. Он назван участком активного отжима, продолжительность его зависит от физико-химических свойств сырного зерна, величины прессующей нагрузки (точки B_1 и B_2) и размеров прессуемого сыра. Затем скорости уплотнения сырной массы под действием различных нагрузок становятся практически одинаковыми, на что указывает параллельность кривых. Очевидно, к этому времени запас гидравлически свободной сыворотки в сырной массе иссякает и процесс ее обезвоживания начинает лимитироваться не столько фильтрационными параметрами сырной массы, сколько синергетическим выделением из нее сыворотки.

Выводы:

1. Процесс обезвоживания сырной массы при прессовании сыра включает два накладываемых друг на друга процесса: гидромеханический процесс фильтрационной консолидации и физико-химический процесс синергической консолидации, причем последний затухает медленнее первого. Поэтому при прессующих нагрузках, применяемых в сыроделии, конечная влажность отпрессованного сыра зависит в основном от синергических свойств сырного зерна, а не от величины давления прессования.

2. Активная роль механических нагрузок различна на разных стадиях процесса прессования сыра. В начале прессования, когда преобладает процесс фильтрационной консолидации, она заключается главным образом в ускорении обезвоживания сырной массы, а на второй стадии процесса, где преобладает синергическая консолидация, – в ускорении реологического формирования структуры продукта.

3. Процесс прессования сырной массы может быть смоделирован и рассчитан по уравнениям механики дисперсных сред на основе экспериментальных данных, полученных в результате компрессионных испытаний сырной массы.

Литература

1. Цытович, Н.А. Механика грунтов. Издание 4-е перераб. доп. / Н.А. Цытович. – М.: Стройиздат, 1963. – 638 с.

2. Шах, А.В. Анализ теоретических исследований процесса прессования сырной массы / А.В. Шах // Инновационные технологии в пищевой промышленности: сб. материалов IX Междунар. науч.-практ. конф., Минск, 7–8 окт. 2010 г. / РУП «Научно-практический центр Национальной академии наук по продовольствию». – Минск, 2010. – С. 46–56.

3. Шах, А.В. Теоретические исследования влияния давления на процесс прессования сырной массы / А.В. Шах // Научные стремления – 2010: материалы респ. науч.-практ. молодеж. конф. с междунар. участием, Минск, 1–3 нояб. 2010 г. – Минск, 2010. – С. 506–510.

4. Кук, Г.А. Процессы и аппараты молочной промышленности. Издание второе / Г.А. Кук. – М.: Пищевая промышленность, 1973. – 768 с.

5. Влодовец, И.Н. Исследование процесса синерезиса белковых сгустков при производстве молочных продуктов: отчет о НИР / И.Н. Влодовец, Б.А. Ховкина, Д.Я. Шеломкова, В.В. Якушев // ВНИМИ. – Углич, 1958.

A. Shakh, J. Lobanov, T. Hovzun

**RESEARCHES AND THE MATHEMATICAL DESCRIPTION
OF PROCESS OF PRESSING OF CHEESE WEIGHT**

Summary

In article the analysis of theoretical researches of pressing process of cheese weight is carried out. The physical and chemical processes proceeding in cheese weight at its pressing, and also influence of duration of pressing, sizes of pressing loading and other major factors on process of pressing of cheese are considered.